図形の性質

正三角形の定義と性質

《教材紹介コーナー》へ

▶平成21年3月9日(月)

A：「とっても怖いお話をしてあげるね。」
B：「うん，ワクワク，わくわく！」
A：「と～っても怖いお話。」
B：「うん，ワクワク，わくわく！」
A：「と～っても怖いお話。」
B：「うん，だからさ，はやく怖いお話して。
A：「だからさ，さっきからしているでしょ。
　　”と～っても怖いお話”って。」
B：「…」
：
A：「とってもおもしろいお話をしてあげるね。」
B：「うん，ワクワク，わくわく！」
A：「と～ってもおもしろいお話。」
B：「うん，だからさ，はやくおもしろいお話して。」
A：「ん？
　本気？
　さっきと同じパターンやってんのよ。」
B：「うん，だからさ，はやくおもしろいお話して。」
A：「あほらし…
　こっちがばかにされてんだ！」
Ｂの勝ち！

★

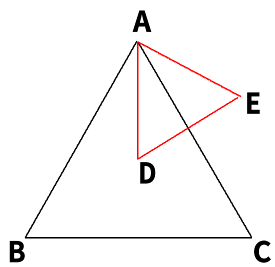
あいも変わらず天真爛漫ノーテンキ！
ひとりだけで授業を楽しんでおります。
ん？
Ａ子ですよ，Ａ子！
また，摩訶不思議な答案を出してきました。
どうすると，このような発想が出てくるのか，
常識人には，とうてい理解できない世界です。
さっそく，笑って…
いや，真剣に分析してみましょうか。

右の図のように，頂点Ａが共通な正三角形ＡＢＣ，ＡＤＥをかくとき，

ＢＤ＝ＣＥ

である。

このことを証明しなさい。



Ａ子の答案をそのまま紹介します。

△ＡＤＣと△ＡＥＣにおいて

ＡＣ＝ＡＣ（仮定より）…①

ＡＤ＝ＥＡ（仮定より）…②

∠ＤＡＣ＝∠ＥＡＣ

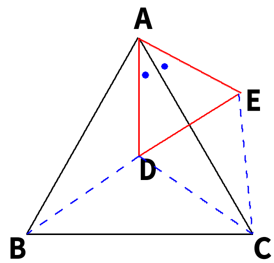
（頂角を垂直に二等分するから）…③

①，②，③から，２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ＡＤＣ≡△ＡＥＣ

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから，

ＢＤ＝ＣＥ



先生：「ところでさ，Ａ子！」

生徒Ａ子：「ホイ！」

先生：「先生に対して”ホイ”はないでしょ？」

生徒Ａ子：「じゃ，何というの？」

先生：「やはり，”ハイ”でしょうね。」

生徒Ａ子：「ハエ！」

先生：「コボちゃんみたいなこと言ってないの！」

生徒Ａ子：「コボちゃんってだあれ？」

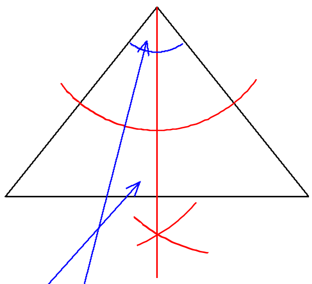
先生：「あれ？
コボちゃんを知らんの？」

生徒Ａ子：「うん，知らん。」

先生：「また，脱線するから，
いい！
ところで，
三角形の頂角を垂直に二等分してみろ！」

生徒Ａ子：「な～んだ，そんなことか。
なんかすっごいこと言われるかとおもって

ドキドキ，わくわくしてたのに…。」
先生：「三角形の頂角を垂直に二等分するのってすっごいことだと思うが…」
生徒Ａ子：「でもないよ，してみんね！」



先生：「どこが垂直なの！」
生徒Ａ子：「ここだよ。
そんなこともわからんの，せんせ！」
先生：「なんで，そこが頂角なの？」
生徒Ａ子：「ここは頂角ではないでしょ。
頂角はここだよ。
せんせ，なんかトンチンカンなこと言ってるね。」
先生：「むっ！
でも，証明には

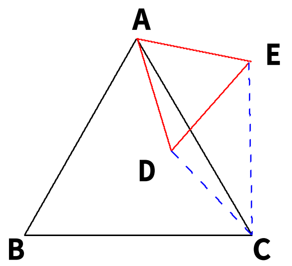
∠ＤＡＣ＝∠ＥＡＣ
（頂角を垂直に二等分するから）

と書いてるじゃないか。
じゃ，これって何？」
生徒Ａ子：「ん！
だからさ，頂角を垂直に二等分してるから…」
先生：「どこが垂直なの！」
生徒Ａ子：「…！？」
堂々巡りです。
きりがないので，この問題はここで打ちきり。
要するに，「二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に二等分する」
という定理をいいかげんに覚えているのですね。

★

先生：「もそもそね。」
生徒Ａ子：「…？
なに，もそもそ言ってんの？」
先生：「…ん？
そうじゃないでしょ！
そもそも！」
生徒Ａ子：「ああ，そう，

どうぞ，続けて！」
先生：「…(-_-;)！
そもそも，ＢＤ＝ＣＥを証明するのに，
どうして，△ＡＤＣと△ＡＥＣの合同を証明しなければならんの？
ＣＥはいいとしても，ＢＤは△ＡＤＣの辺ではないでしょ？
”三角形の合同⇒対応辺”だから等しいが，証明の流れではないの？」
生徒Ａ子：「そうだよ，
センセ，賢い！」
先生：「…(-_-;)！
じゃあ，どうして△ＡＤＣが出てくるわけ？」
生徒Ａ子：「△ＡＥＣのすぐ隣にあったし，△ＡＥＣと合同っぽいから。」
先生：「△ＡＤＣと△ＡＥＣは合同なの？」
生徒Ａ子：「うん，図みてよ，ぜったい合同。
ほれ，だれが見ても合同でしょ？」
先生：「それじゃ，問題の条件を全く同じにして
右のような図にしたらどうだ？」



生徒Ａ子：「あっ！
センセ，ひきょう！」
先生：「何が？」
生徒Ａ子：「かってに問題を変えてしまって！」
先生：「え？
どこも変えていないでしょ？」

> 右の図のように，頂点Ａが共通な正三角形
> ＡＢＣ，ＡＤＥをかくとき，
> …

ほれ，どこも変えてはいないよ。
これでも，
”△ＡＤＣは，△ＡＥＣと合同っぽい”の？」
生徒Ａ子：「うぐ！
こりゃ，Ａ子の負けでした！
じゃんじゃん！」

★

そうです。Ａ子の負けですよ。
結局，「合同な三角形の対応辺は等しい」という性質を使って辺の長さが等しいことを証明しようというのに，肝心の証明すべき辺を含んでいない三角形の合同を証明しても，何の意味もないわけです。
しかし，生徒の中には，Ａ子のように，感覚的に合同っぽい三角形が目に入るとその合同を証明して，結論はこじつけることがよくあるのです。
この問題では，証明すべき合同な三角形が与えられていないので，一層そういう

誘惑をひきおこします。
・証明すべき三角形がはなれていること，
・角の相等で，「６０°－共通角」という計算式を使わなければならないこと
この２点がこの問題の証明を困難なものにしています。

★

Ａ子の答案は，そもそも前提から間違っているわけですから，添削とかそう言う問題ではなく，”ダメ”です。
生徒には，なぜ”ダメ”なのかを上に述べたような理由をよ～く理解させて，証明の流れの基本をしっかりと身につけさせる必要があります。

★

きょうは，正三角形の諸性質を利用して三角形の合同を証明をする教材を紹介します。
２年生段階では，勝手に証明させると，証明の論理を無視して，恣意的に，目に入ってきた既知の条件から使い始めます。
論理的におかしいことはうすうす分かってはいるのですが，どうすることもできないのでそのまま強引に結論までこじつけます。
だから，この段階では，証明の枠組みをきちんと与え，その手順にそって証明を進める訓練をする必要があります。
この基本的な思考プロセスを習得した後ではじめて，枠をはずし，自分で証明の論理を組立ながら証明をさせるべきなのです。
論理的思考力は，自然発生的に生徒が習得できるのではなく，公式などの知識と同様に外から持ち込んでやらなければ習得できないものです。ここを間違えると，教育の中で学力格差が固定されていくことになります。
生徒に勝手に考えさせることは，賢い子をより賢くし，賢くない子をより賢くなくする場合だってありうるのです。
全員，平等にたたきこむ必要のある知識だって，数学にもあるのです。

★

証明の論理的プロセスを生徒にたたきこむ教材を紹介します。

■◀●■【　まちがいをさせない教材　】■●▶
インターネットを使った通信教育用教材（生徒の自学自習用教材）の紹介です

図形の性質 №４	**１**　二等辺三角形の性質（その４） ■　正三角形　■	クリック

《最初のページ》へ