２次関数	関数の決定（文章問題）

▶平成21年1月11日(日)

こどもを見ていると
よく飛び跳ねています。
歩くときのステップはいいとして…
１所にいるときも，ぴょんぴょん跳ねています。
スーパーのレジで，お母さんの腕をつかんで
ぴょんぴょん跳ねている女の子をよく見かけます。
「ネアカ」な子です。
「ネクラ」な子は，お母さんのかげにかくれて
上目づかいにじっと見知らぬおじさんをにらんでいます。
こういう子は決して跳ねません。
女子高生も３，４人ほどにグループになっているときは
「きゃぱきゃぱ」言って，手をはたきながらよく跳ねていますが，
ひとりでいるときは決して跳ねません。
ばあちゃんがすねを出して跳ねていたら
これは恐怖です。
救急車を呼んであげて下さい。

★

怖い話をもう一つ。
病院の待合室のドアを開けて中へ入ると，だ～れもいない。
患者の一人もいない病院。
これは恐怖です。
静まりかえった病室に１人の医者と看護婦が４～５人。
「いらっしゃ～い！」
即，逃げなさい。
じん臓取られますよ。

★

きょうは，思考プロセスの治療が必要な生徒達のお話です。
病院ではなく，教室で治療します。

先生：「問題です。
　静かな水面に石を投げたとき，同心円の波紋ができる。一番外側の波紋の半径が毎秒０．８ｍの割合で大きくなるとき，次の問いに答えなさい。
　石を投げてからχ秒後の一番外側の波紋のえがく円の面積をｙm^2 とする。ｙをχで表しなさい。」

生徒Ａ：「は～い！
　　　　円の面積ですね。
　　　　円の面積は，”ぱいあ～るの２乗”だから
　　　　ｙ＝０．８πχ^2 」
先生：「…？
　　　０．８って，何？」
生徒Ａ：「”毎秒０．８ｍの割合で大きくなる”から
　　　　χ秒後の半径の０．８倍。」
生徒達：「う～ん！
　　　　なるほど。
　　　　そう考えるのか。」
　　　　Pachi，Pachi，Pachi…！！
先生：「ちょっと，ちょっと！
　　　ここは拍手するところではないの！」
生徒達：zawa! zawa! zawa!　(*_*)
生徒Ａ：「え？
　　　　どこか，違うの？」
先生：「…ﾄﾄﾄ！
　　　間違いがわかる人，いますか？」
生徒Ａ：「センセ，
　　　　わかんないの？」
先生：「ばか！
　　　…，しかし！？」

”毎秒０．８ｍの割合で大きくなる”の説明が難しいのですね。
先生，たじたじして時間を稼いでいます。
これ，ミエミエ。
人は，都合が悪くなると他人を悪くいいます。
「ばか」というセリフがその代表。

生徒Ｂ：「０.８のところが変なような気がするけど…
半径は１秒あたり０.８ｍずつ大きくなるのだから
円の半径は，たとえば
１秒後は０.８×１(m)
２秒後は０.８×２(m)，
３秒後は０.８×３(m)
χ秒後は０.８×χ(m)
だから，χ秒後の円の面積は
半径×半径×πで
$(0.8χ)×(0.8χ)×π=0.64πχ^2$
になると思うんだけど…。」

★

１，２，３，…，χは半径ではなく，０.８ｍの個数なのですね。
だから，χ秒後の半径は０.８ｍ×χ(個)で，０.８χ(m)となるわけです。

しかし，ここまでは理解している生徒でも，
面積を求める段階では，次のような論理が先行します。
０.８は定数で，変数はχです。
変化していくのは，半径です。
だから，変化するχが半径に見えます。
０.８は，この段階では何を意味しているのかは”なりゆき”です。
「ついでに付随している数」程度の認識しかありません。
その結果，公式のまま，面積は$0.8πχ^2$という答案がでます。
指導なく解かせると，クラスの半分以上の生徒はこのような答案を書きます。

★

どのように考えればいいのか。
ちょっとした工夫なんですが…
$πr^2$には代入させないで，
「半径×半径×π」の形で円の面積を求めさせます。
つまり，
$(0.8χ)×(0.8χ)×π$
です。
このようにすると，例え半径を間違って認識していたとしても，正解できます。
生徒の認識とは関係なく，式が半径を正確に表現してくれるからです。
$πr^2$には決して代入させてはいけないのです。
$π(0.8χ)^2$とする生徒もいるのではないか，と思うのは”かいかぶり”，あるいは過大評価というものです。
χが半径という先入観は，０.８を２乗する式に違和感を覚えます。
だから，このような式を書くことに躊躇する生徒が出ます。
生徒にとっては，r^2がスタンダードなのです。

★

畢竟，２年生のときの式の計算でも同じ現象が起きていたはずですが…
再録です…(*^_^*)！

先生：「底面の半径ａ㎝，高さがｂ㎝の円錐がある。いま，底面の半径を２倍に，高さを３分の１にした円錐を作ると，体積はもとの円錐の何倍になりますか。」

生徒Ａ：「もとの円錐の体積は $\frac{1}{3}\pi a^2 b$

底面の半径を２倍，高さを３分の１にするから

$\frac{1}{3}\pi \times 2a^2 \times \frac{1}{3}b = \frac{2}{9}\pi a^2 b$

$\frac{2}{9}\pi a^2 b \div \frac{1}{3}\pi a^2 b = \frac{2}{3}$

答　$\frac{2}{3}$倍」

生徒にとっては，r^2 がスタンダードなのがとてもよくわかります。
半径は２倍であり，$(2a)^2 = 4a^2$ とすると，半径は４倍に見えます。
もちろん，$4a^2$ は半径ではないのですが，ａが半径を表すから半径を４倍したように見えます。これには違和感があります。
半径はあくまで２倍でなければならない先入観が $2a^2$ となります。

しかし，これを半径×半径×πの形で表現させると
$(2a)\times(2a)\times\pi$
ですから，半径は２倍に見えます。
この式には生徒は違和感あるいは抵抗感がありません。
安心して面積を求めます。

★

$(2a)^2$ と $(2a)\times(2a)$ は同じではないか，というのは既に知っている人の論理。事は，そんな単純なのではありません。
生徒の誤答がそれを如実に証明しています。
数学の先生は数学が得意だから，そんなのあたりまえで通してしまうことが多々あります。
先生のあたりまえは，生徒には決して当たり前ではないということを肝に銘じて指導する必要があります。

★

生徒の誤答分析から生徒の思考方法を理解しなければなりません。
「そう考えるのか」ではなく，誤答まるごとコピーし，なぜそう考えたのかを生徒に聞き，記録に残すことです。
その後，指導方法との関係からなぜ，生徒がそのように考えたのかを分析することです。
そのためには，指導プロセスが検証に耐える形で残っている必要があります。

講義では指導プロセスは残りません。（もちろんビデオで撮れば別ですが，日常的にそんなことをするのは不可能です。）
日常の指導プロセスを残すことができるのは教材です。
指導プロセスが，教材という形で設計され，生徒に学習されるとき，
指導プロセスとその結果が目で見える形で残ります。
もちろん，教材は単なる問題集ではなく，
「問題解決の思考プロセスを明記した教材」のことです。
こうした教材を使った授業では，その場限りの偶然的な指導アクションは排除されています。
厳密に問題の解き方のプロセスが指定されています。
生徒の学習結果は，基本的にその指導プロセスの関数になります。
生徒の学習上の問題点は指導プロセスつまり，教材の思考プロセスの設計上の問題点になります。
改良のヒントは，教材で設計された思考プロセスの中に探すことができます。
指導方法の客観化と改良の科学化が可能になります。
生徒に問題を引きおこす教材については，問題解決の思考プロセスの再構成，あるいは課題提出の順序の再構成という形で，先生方の共同の作業としてだれにも分かる形式で行うことが可能となります。
こうして改良された教材は，明日の教室の実践へと戻されます。
その結果，いつ，どこでも，だれが指導しても一定の質をもった学力を生徒に形成することができる授業マニュアル（＝教材）が完成していきます。
新任教師の授業技術の研修は，日々，教室でのこうした教材の授業を通して「実践的に」なされることになります。
生徒を前にしない理論だけの研修など，一体先生に何をもたらすのでしょう？

★

すでにいくつかの教材をご覧いただいている方には，この「問題解決の思考プロセスを明記した教材」とはどのようなものであるか，おわかりいただけることと思います。
まだのお方は是非，数専ゼミの開発して教材をご覧下さい。

★

きょうは，２次関数の変化の割合を利用した応用問題の教材を紹介します。
この教材の前には，変化の割合の本質の学習と，その求め方の思考プロセスの学習があります。（「２次関数」№１０と№１１）
変化の割合は，その本質を表すパターンで立式させます。
変化の割合とは何かを理解していない生徒は，この式を使えません。
逆に，この式を使えるようにすることによって，変化の割合の本質を理解することができるようになります。
「本質に根ざした」思考方法で考えさせること，
強制的に「一般的」思考方法で問題を解かせること，
これは変な「独創的解法」を生徒に考案させる指導より，はるかに生徒に応用力をつけ，独創的な思考力を身につけさせます。

生徒に学習させてみて下さい。

■◀●■【　まちがいをさせない教材　】■●▶

インターネットを使った通信教育用教材（生徒の自学自習用教材）の紹介です

２次関数 №１１ｓ	**３** 関数　ｙ＝ａχ²の値の変化（その２） ■　関数の決定（文章問題）　■	クリック

《最初のページ》へ