

方程式

等式の性質

▶平成20年10月6日(月)

どれだけ複雑な形をしていても，方程式は

$$a = b$$

の形にもっていき，両辺を の係数の a でわって を求めます。

$$= \frac{b}{a}$$

これは，方程式の本質です。

自明のことであり，何ら難しくない操作のはずです。

しかし...

「自明」で通らないのが教室の世界でして...

ここで，生徒と悪戦苦闘されている先生の実に多いこと。

えッ...?

悪戦苦闘などしていませんって...?

ほ～う！，それは指導が”神業”なんですか。 !(^^)!

神の声：「ん...！，呼んだ？」

出番は，もう”ちょっと”後です...，神さん！

授業は続いています...

典型的な誤答例です。

先生：「次の方程式を解きなさい。

$$(1) 2 = 8$$

$$(2) 4a = 16$$

生徒A：「(1) = 4，(2) $a = 4$ 」

生徒A，瞬時に答えます。

ゲシュタルトで答えます。

や a が 4 であることにより数字がそろう，
つまり等式が成り立つ，というイメージが先行します。
その結果何が起こるかということ...

先生：「次の方程式はどうでしょう。

$$(1) 4 = 2$$

$$(2) 14a = 7$$

生徒A：（瞬時に）「(1) = 2，(2) $a = 2$ 」

はっきりと、ゲシュタルトで解いている証拠がです。

や a が 2 であることにより数字が「そろい」ます。
等式がどうのこうのなど、もう頭の中にはありません。
とにかく、数字が「そろい」のです。

心が落ち着きます。

「緊張の緩和」です。

方程式の本質などどこ吹く風。

きわめつけ！

先生：「ちょっと、むずかしいぞ！

$$- \frac{6}{7} \times t = - 8$$

解ける人？」

生徒 B：（やはり瞬時に）「はいッ！」

先生：「...(*_*)?」

生徒 B：「 $t = - \frac{50}{7}$ 」

生徒 A：「ぼくも同じ！」

先生：「...？」

どして？」

生徒 B：「だって、 $t = \frac{6}{7} - 8 = \frac{6}{7} - \frac{56}{7} = - \frac{50}{7}$ 」

生徒 B，この前の定期テストで数学 100 点の生徒です。

瞬時に、**理路整然と間違えます**。

先生：「なぜ、 $-\frac{6}{7}$ が移項できるわけ？」

生徒 B：「- と - だから...！」

わけのわからないことを言っています。

が、つまり、和であるからといたいのですね。

「左辺が和のときは移項，積の時は商を求める」が等式変形の基本ですから...。

つまり、生徒 B は、**確固たる根拠をもって間違えている**わけです。

頭はいいのですが、賢くはないのですね。

出発点を間違えるとどれだけ論理的には正しくとも、結論はまちがうのです。

お茶の水大学の数学の先生である藤原正彦教授が繰り返し、繰り返し述べられていることです。

この問題，10人中8～9人が間違えます。中学2年生で…。(--;)
「等式の性質」が理解されていないことが根本的な原因です。

等式の性質は，左右両辺の交換を含めて5つあります。
ふつう，等式の性質の学習ということでは
たとえば

$$\begin{aligned}2 - 1 &= 1 \\2 - 1 + 1 &= 1 + 1 \dots \\2 &= 2 \\2 \div 2 &= 2 \div 2 \dots \\&= 1\end{aligned}$$

のような式変形だけを練習させることが主流です。

これは，これで大切です。

しかし，これをさらに，1つ1つの操作の理由づけをさせる必要があります。

上の問題の ① では，「両辺に等しい数を加えても等式は成り立つ」

② では，「両辺を等しい数でわっても等式は成り立つ」

等々。

そこまで徹底してやらせないと，問題の条件が複雑になると，動揺します。

動揺すると，心の安らぐ形にもっていきます。

「安心して」まちがうのです。(*^_^*)>

自分が等式変形していくのは，わりとできます。

しかし，他人が等式変形した式を見て，

どの性質を使って式を変形したのかを説明することはそう易しいことではないよ
うです。

しかし，これは必ずやっておく必要はあります。

「操作の客観化」ということです。

こうすることで，操作の理由が生徒の頭の中に固定します。

けっしてまちがえることがなくなります。

いいことです。

いいことは，ただちに教材化すべきで…。

これらのいいことをすべてとり入れた教材の紹介です。

方程式，連立方程式，関数…，等々

等式にかかわるあらゆる計算の土台となる考え方を教える教材です。

「等式の性質」は有無いわさず，たたきこみます。

それが生徒の「しあわせ」につながります。

先生が心を「鬼」にしてたたきこむと，その生徒にとって先生はいつしか

「神」になります。

そうでしょ？，神さま！

神の声：「今度こそ，私の出番ですね...？」

いや，もうお話は終わりです。(*^_^*)\

神をコケにしたいもんでしょうか...？

ジャンジャン！

【注釈】 * 「正しいことはたたき込め」は，お茶の水女子大学の数学の先生である藤原正彦教授の持論です。

* 「緊張の緩和」と「しあわせにつながる」は落語家の桂枝雀師匠のオリジナルフレーズです。

◀ 【 まちがいをさせない教材 】 ▶

インターネットを使った通信教育用教材(生徒の自学自習用教材)の紹介です

式の計算
21～26h

2 等式の変形
等式の変形 ～ /まとめ/練習

クリック