

2次方程式

平方完成を作って解く

▶平成20年10月5日(日)

さて、先生から2次方程式の解法の裏技を教わった生徒達のその後...
です。

因数分解できない左辺を平方完成にしてしまう、という裏技でした...。
きょうも、続きます。

先生：「2次方程式 $x^2 - 8x + 16 = 0$ を解きなさい。」

生徒A：「わかる、わかる。」

かけて16, 足して-8などないことになっているんだ...!

$$x^2 - 8x = -16$$

$$x^2 - 8x + (4)^2 = -16 + (4)^2$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

...?

ま、いいか、

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

解は、4...?

2次方程式で、解は1つ...?

そういうことも、あるわな、この世界...(*^_^*)

解は4で~す！」

先生：「ばっか！」

ジャンジャン!

こういうのを、先走り、あるは形而上学的思考というのです。

わかるでしょ?

この落ち。

生徒Aも、途中でそれなりに不思議とは思っているようですが...

ほっておきましょう。

【注意】授業ではこういう生徒をほってはいけませんよ。

つぎ、いきます。

平方完成する際に、 a の係数が奇数の場合がやっかいです。

右辺に、累乗を含む分数の加減算を行う必要があるからです。

ここで、コケます。

中学3年生の話ですよ...

ちなみに、正負の分数の加減は中学1年生の春に学習しています。

2年生の秋からは、図形の証明，確率と続き，
 半年ほど，分数の加減算などやってはいないのですね...
 分数の加減算などもうすっかり「西の海に流して」います。
 しっかりと，まちがえてくれます。
 どんなまちがいをするかって...？
 信じられない世界ですよ...
 そんな世界をのぞく勇気のある方は，どうぞ
 授業は続いています...

先生：「次の方程式を解きなさい。

$$x^2 + 5x - 3 = 0$$

生徒B：「...」

$$x^2 + 5x - 3 = 0$$

↓ 定数項を左辺へ移項する

$$x^2 + 5x = +3$$

↓ x の係数の半分の2乗を両辺にたす

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = +3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

↓ 左辺を因数分解し，右辺を計算する

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = 3 + \frac{25}{4}$$

↓ 右辺の数の平方根を求める

$$x + \frac{5}{2} = \pm \sqrt{3 + \frac{25}{4}}$$

... ???

せんせ，この平方根，どうすんの？」

先生：(>_<)

ここまでは，許してあげましょ，せんせ。

なぜなら，根号の中の帯分数を仮分数になおし， $\sqrt{\frac{37}{4}}$ とすると，

正解するから。

許せない答案のお話で...

先生：「次の方程式を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

生徒C：「...」

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

↓ 定数項を左辺へ移項する

$$x^2 - 5x = -3$$

↓ の係数の半分の2乗を両辺にたす

$$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

↓ 左辺を因数分解し、右辺を計算する

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -3 + \frac{25}{4}$$

↓ 右辺の数の平方根を求める

$$x - \frac{5}{2} = \pm \sqrt{-3 + \frac{25}{4}}$$

... ???

せんせ、この平方根、どうすんの？」

先生：「ちょっと...

$$-3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{ がどうして } -3 + \frac{25}{4} \text{ になるわけ？」}$$

生徒C：「...？」

だって、たとえば、 $2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$ と小学校でならっただでしょ。

だから、 $-2 + \frac{1}{5}$ だって、 $-2\frac{1}{5}$ じゃないですか...(*^_^*)

生徒達：「な～るほど！」 (pacha, pacha, pacha, ... ?)

先生：「...う～ん！」

神の声：「せんせエ！、こんなところで考え込んじゃだめですよ。」

生徒C、理路整然とまちがえます。

しかし、今回の理路、どこから”見ても”正論です。「見ても」ですよ。

見かけ上、生徒Cの言う通りです。生徒達もpachaで共感しています。

先生、困った。

さて、どうする、せんせ...？

先生：「 $2 + 3$ は？」

生徒C：「5」

先生：「 $-2 + 3$ は？」

生徒C：「1」

先生：「じゃあ、 $-2 + \frac{1}{5}$ は？」

生徒C：「 $-2\frac{1}{5}$ 」

先生：(>_<)

ジャンジャン！

アナロジーじゃだめです、せんせ。

平方完成をめぐる諸問題はまだまだ続きます。

限りなくつづくような... (*^_^*)

の係数が分数や小数や平方根になったときの生徒の混乱

±をめぐる問題，たとえば，途中で±をなくしてしまう生徒

$$\pm \sqrt{\quad} - 2 \text{ などと書く生徒（解の公式とはちがう形）}$$

もちろん， $= \sim$ にするときの移項で，しっかりと符号を変えない生徒

解の約分で一悶着...

どこどこを約分していいのか，めちゃくちゃになっています...

分子の平方根と整数分母を約分する生徒

分子の整数だけと約分し，分母をなくする生徒（平方根の分母がなくなる）

（これは，2次方程式の の係数が偶数の場合に生じます）

どういうわけか，分母にマイナスの平方根をもっていて悩んでいる生徒

ルートの中が負の数になっている答案を，平然と提出する生徒

なぜかルートの中が4桁の数になっていて，黙々と素因数分解にいそしむ生徒

きわめつけです。

$$\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{6} \text{ で，3と6を約分するわけのわからない生徒。}$$

でも，この生徒，すごく賢い。いつも，90点はくだらないのです。

誇張ではなく，いるでしょ？

こういう生徒。

いままでの計算指導の欠陥をことごとく「展示」してくれます。

だから，この学習の誤答分析は，教育学上貴重な資料を提供してくれます。

もっとも，計算ミスや，ケアレスミスなどと指導を逃がっている先生には

ねこに小判，馬耳東風でしょうが... (*^_^*)

生徒C：「ねこにかつおぶし，...ですね？」

先生：「...？」

逆だな，それ。」

生徒C：「はあ...，

馬鼻西風ですか？」

先生：「...？」

そんなの，あんの？」

生徒C：「さ～あ？

アナロジーですが...

せんせのまねしたの... (*^_^*)」

ジャンジャン！

せんせ，生徒に遊ばれています。

ほっておきましょう。

先へ進みます。

平方完成で、この分数の加減算の部分は、だから、答案に残させます。

「計算を残しておきなさい」とほえること、

- これ、素人の教育です。

ぜったい生徒は残しません。

だから、加減算をするコーナーを答案上に特設します。

生徒は、必ずここに計算を書かなければなりません。

ここに（5点）などと配点を見せておくと、生徒の目の色が変わります。

この計算コーナーの生徒の答案で、生徒の頭の中を「透視」します。

なぜまちがえるのか、理路整然とまちがえる生徒の「理路」が見えてきます。

だから、その「理路」を修正できます。

300題トレーニングの苦痛から生徒を救ってあげることができます。

人を救うなんて、神様みたいですね。

神の声：「呼んだ...？」

...！

無視しましょ。

生徒の思考を透視できる教材、

だから、これは生徒の問題解決の思考プロセスを制御できる教材でもあります。

ピコピコWeb教材など「ばっかばかしくなる」

神も一目おく教材です。

神の声：「呼んだ...？」

ギャグは2度目には、しらけるもんですよ...

神様！

というわけで、神も一目おく今日の教材の紹介です。

そのままの形で授業に使えます。

上に紹介したまちがえをしそうな生徒に学習させてみてください。

結果などもいただけると、

みんなといっしょにまた、全国的に笑えると思いますが...

冗談ですよ

教育は人を笑い者にはいけません...(*^_^*)

神の声：「なに、言ってんの...」

◀ 【 まちがいをさせない教材 】 ▶

インターネットを使った通信教育用教材(生徒の自学自習用教材)の紹介です

2次方程式
10

2 2次方程式の解き方(その3)
(+)² = の形に変形する解き方

[クリック](#)