１次関数 | **「１次関数」の意味の指導**

▶平成20年8月30日(土)

１次関数に入ります。

先生：「毎時χkmの速さで４０分走ったときの距離はｙkmです。ｙをχの式で
　　　表しなさい。」
生徒Ａ：「き＝は×じだから，ｙ＝４０χ」
＊生徒Ａ，「は・じ・き」を使っていますね。
　危ないです！（間違うよ，という意味ですが…）
　案の定
先生：「ダメ！」
生徒Ａ：「せんせ，ダメはないでしょ。
　　　　なんか言い方があるように思うんですけど…」
先生：「失礼！，でもダメ！」
生徒Ａ：「…ムっ！」
先生：「たとえば，だ。
　　　　時速６kmで４０分間走ると，ｙ＝４０×６＝２４０（km）
　　　　時速６kmは駆け足くらいの速さだぞ。
　　　　４０分くらい走ったところで，
　　　　とても２４０kmも行けるとは思えないが…
　　　　２４０kmといえば，東京から名古屋，東京から福島までだぞ…」
生徒Ａ：「…う～ん，それもそうですけど…！」
先生：「常識の問題だな，だから，ダメ！」
生徒Ａ：「…(-_-;)」
ジャンジャン！

１次関数をめぐる”迷走”は続く。

☆　☆　☆　ほし　ほし　ほし

◀●■　一次関数の授業：シーン・その１　■●▶

ともなって変わる量の復習です。
１年次に，「比例」の単元で学習しています。
しているはず…
しているはず，で・す・が…

【問題】

９８０ｍ離れた店に買物に向かった。家を出発してからの時間がたつにつれて，店までの距離がどのように変わるかを調べたい。店に向かう速さを分速７０ｍとし，家を出発してχ分後の店までの距離をｙｍとするとき，対応するχ，ｙの値を下の表に記入しなさい。

生徒Ａの答案

χ（分）	２	４	６	８	１０	１２
y（m）	*１４０*	*２８０*	*４２０*	*５６０*	*４００*	*８４０*

この生徒Ａ，問題をまったく読んでいません。
しかし，この種の問題をやらせると，８割の生徒は上のような答を書きます。
距離は「減らない」という常識が，このように考えさせるのですね。

正解は，こちらです。

χ（分）	２	４	６	８	１０	１２
y（m）	*８４０*	*７００*	*５６０*	*４２０*	*２８０*	*１４０*

★

◀●■　一次関数の授業：シーン・その２　■●▶

【問題】

次の場合，yはχのどのような式で表されますか。また，一次関数であるものには，（　）内に◎印をつけなさい。

(1)　毎時χkmの速さで４０分走ったときの距離はykm

(2)　周が８χcmの正方形の面積はycm^2

生徒Ｋ：「(1)　y＝４０χ　　（◎）

(2)　y＝２$χ^2$　　（　）」

(1)　これは圧倒的多数派の答案です。

「距離＝速さ×時間」の”形而上学的”適用です。

速さは「単位」との勝負なのですね。

負け，です。

速さの問題では，単位は速さにそろえる，というのが基本です。

この問題では，速さのχがkm／時ですから，これにそろえます。

$$４０分＝４０×（分）＝４０×\left(\frac{1}{60}時\right)＝\frac{40}{60}時＝\frac{2}{3}時$$

単位変換のこの思考プロセスは，暗記をさけ，基本単位でのみ単位変換をさせる最も応用力の広い考え方です。

すべての単位変換で使えます。

めんどうくさがる生徒をなだめすかしながら書かせます。

(2)　もよく見られる答案です。係数が無視されています。
というより，これやはり公式の”形而上学的”適用の悪弊です。
次のような問題で，象徴的にこの傾向が現れます。

「静かな水面に石を投げ入れたとき，同心円の波紋ができる。一番外側の波紋の半径が毎秒０．８ｍずつ大きくなるとき，次の問いに答えなさい。
(1) 石を投げ入れてからχ秒後の一番外側の波紋のえがく円の面積をｙ㎠とする。ｙをχで表しなさい。」

圧倒的多数の生徒の答案は，$y=0.8\chi^2$ です。

計算問題などで，演算が成立する理由（分配法則，等式の性質等々）をきちんと理解させることなく，１００題とか２００題の機械的繰り返しをさせると，このような”形而上学的”思考方法が習慣化します。
計算力は身についたとしても，公式に頼ろうとする思考が優先し，応用問題の分野で弊害が現れます。
計算分野で成功体験が強いほど，弊害を取り除くことは困難になります。
「計算バカ」が生まれます。

ただし，逆は必ずしも真ではありません。
計算も強いが，応用問題にも強い生徒は，当然います。
誤解してはいけないこと…
計算が強いから応用問題が強いのではありません。
応用力が強い（原理・原則をきちんと理解している）から計算にも強いのです。
こういう生徒は，勉強時間がとても少ない。
「彼はあまり勉強している様子がないのに…」とは，よく聞く話です。
当然です。２００題も練習はしません。
３～４題を解いて，２００題に通用する「考え方」を覚えてしまうからです。

なぜ÷分数は，×逆数と計算してよいのか…
２～３題，じっくりと納得させながら学習させるならば
$6\div\frac{9}{10}=\frac{1}{6}\times\frac{9}{10}$ などというバカな計算は”絶対に”しないのです。
もちろん，これは象徴的な例えですが…。
あらゆる分野で言えることです。

★

きょうは，先生も神様も出番のないほど”シリアスな”問題でした。
次回はどうなることやら…？

次回は，式の上から１次関数を式の上で判別する問題での諸問題を扱います。
式をｙ＝～の形に変形する必要上，等式変形が必須となります。
このシーンでは，抱腹絶倒，空前絶後の珍答が現れます。

・移項で絶対に符号を変えない頑固な生徒…
・分数の加減はすべて仮分数にしないと気がすまない生徒…

・絶対，分母を払わないで，最後まで分数の加減を貫くわけのわからない生徒…
・いつも左辺だけ分母を払う変な生徒…　（等式の性質が分かっていません）
・ｂを左辺にもってくることに，かたくなに固執する生徒…
（ｂは切片を出す計算ですが，右辺に置いた方がはるかに易しい）
・両方ともｙ＝～の形の式なのに，一方の式をχ＝～に変形して他の式のχに代入する几帳面？な生徒…
（学校で教えたのは，加減法と代入法で，等値法を使うのはこの生徒にとっては違法なのでしょう…）
珍な現象は，数限りなくあげることができます。

等式変形シーンには，その生徒の人間性が出ます。
おもしろいといえば，おもしろい領域です。

★

さて，次回からは，これらの癖がなぜ悪いのか，原因は何なのか
等々について，ひとつずつ検討を加えていく予定です。
指導，あるいは教材の欠陥が見えてきます。

★

きょうは，１次関数の最初ということで
日常生活の中から，１次関数を見つけ，式に表す問題についての教材を紹介しましょう。
１次関数とは何か，という１次関数の本質を理解をさせる超重要教材です。
だれもが嫌いな１次関数の応用問題の基本の基本の学習です。
すべての始まりです。
ここから，１次関数の大樹が育ちます。
ここをまちがえて植えると，１次関数は「枯れ」ます。
要注意！

☆

追伸：：：
筆者：「生徒の”誤答答案”を調べ，教材を点検し，専門書を調べ，Wikipedia の世界を走り回り，推敲し，推敲し，また推敲しながら２日もかけてブログを書いているのですが…
こんなことしていて，いいのですかね…。
神の声：「いいのです…!(^^)!」
筆者：「はい，しかし…(-_-;)」