

文字と式

数えない辺の長さをひく問題

▶平成20年8月29日(金)

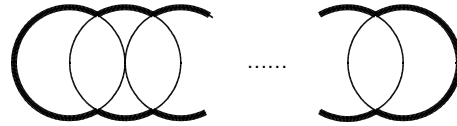
生徒A：「先生，この問題なんです...」

先生：「ん？ どれ，どれ...」

半径が5 cmの円を，右の図のようにまっすぐに13個並べた。

この図形のまわりの長さ（太線の長さ）を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

...」



生徒A：...

先生：（ドキッ！）「う～ん！

ちょっと... (-_-;)」

生徒A：「ん？」

* この先生，大嫌いなんです。この種の問題。

解き方が瞬時には思い浮かばないんですね。

* 神の声：「わたしもきらいです...」

助けを求めないでくださいね，せんせ！...(*^_^*)\

先生：「...重なる弧の長さを引けばいいのだが...」

両方の円周が重なるな...」

重なる箇所は，ぜったい $(n - 1)$ 箇所に決まっているし...！」

* さすが先生，ヒューリスティックはカンペキです。

重なる部分の弧の長さを求めれば完成ですね。

ほっておきましょう。

遊んでいてください，せんせ！

数列の問題とはちがって，このようなダブリを引く問題というのは解法はいたって単純で，1通りしかありません。

要は

- ・両方の図形で辺が重なるということ
 - ・重なる箇所も必ず $(n - 1)$ 箇所であるということ
- です。

この問題の難しさは，重なっている部分の長さをどのようにして見つけるかということなのです。

先生が悩んでいたところですね。

パターンがまったく同じものですから、
賢い生徒ですと、2～3題は真剣に解いているのですが
あとは、惰性で解いています。

もちろん、1時間中目を血走らせながら鉛筆も走らせている生徒もいますよ...
先生も教室中を走り回りながら個別アシスト。
アシモストっぷして教壇のところで息をきらせて
アシ(汗)を拭いています...(*^_^*)>

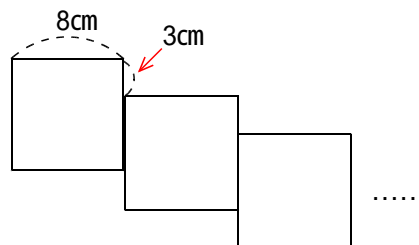
だじゃれはここまで
そういうわけで、きょうは
規則性の問題のうち、「数えない両方の図形の辺の長さをひく問題」についての
「てんてこまい」の授業中継です。
さて、どうなることやら、この先生...

...ほし

授業は続きます。

演習 【 1 】

右の図のように、1辺8cmの正方形を、
3cmずつずらしながら、1つの辺が重なる
ようにならべた。次の問いに答えなさい。



- (1) 4枚ならべてできる図形の周の長さを求めなさい。
- (2) n 枚ならべてできる図形の周の長さを求めなさい。
- (3) 180枚ならべてできる図形の周の長さを求めなさい。

(1) 「すべてを数え、だぶって数えた分をひく」型の問題

ひきつづき、規則性を見つける問題です。

「順序数を使って個数の数え方を表す」型の問題と双壁をなす典型問題です。

要点は

重ならないものとしてすべての四角形の周の長さを求めること
(重なっている部分の長さ)と(箇所)の積を求めること
「 - 」が求める答です。

さて、現場では...

生徒A: 「1辺の長さが8cmの正方形の周の長さは32cm。

4枚の正方形を重ならないように並べると、

図形全体の周の長さは32cm/枚×4枚=128cm

上の図のように、1つの辺が重なるように4枚の正方形を並べる。
重なっている部分の辺の長さは $8\text{ cm} - 3\text{ cm} = 5\text{ cm}$
この部分は重なるので数えない。
数えない辺の長さの合計は、 $5\text{ cm} \times 3\text{ 箇所} = 15\text{ cm}$
だから、4枚ならべてできる図形の周の長さは、まとめて表すと
 $32\text{ cm} / \text{枚} \times 4\text{ 枚} - (8\text{ cm} - 3\text{ cm}) \times 3 = 113\text{ cm}$

答 113 cm

理路整然と間違えます... (*^_^*)?

生徒B：「ちがうな...

97 cmになるはずだ、事實は！」

ノートいっぱい1辺8 cmの正方形を4こ並べてかいていた生徒Bが
反論します。

そうです、生徒B。

前回の授業で、奇数を77個並べたあの根性のある生徒です。

何が事実なもんか... (*^_^*)?

4Bのデッサン用鉛筆など使ってかいているものだから...

ジャンジャン!

生徒A：「...ムっ!

n枚かいてみる...！」

生徒B：..... (-_-;)

180枚なら2日もあればかけないこともないが...

ジャンジャン!

(1)は誘導問題というもので、具体的数値を使って、規則性を検証させようという
ものです。

もちろん、実測も可能ですが、それは問題の趣旨ではありません。

(2)は、その規則性を一般式に定着させる問題です。

(3)で、その一般式を使うことで、文字式の威力を感嘆させます。

具体的な数値が大きければ大きいほど生徒は感動します。

(1)と(2)の間に、並べようと思えば並べられるが、すこし骨がおれる数値を入れ
ておくと(3)での感動はさらに高めることができます。

困難さが「見える」からです。

生徒の反応を思い浮かべながら問題を作るのも作問者の「楽しみ」です。

証明問題なども含めて、典型的な設問形式といえます。

...さて、授業は続いています。

先生：(生徒Aにむかって)

「重なっている部分は接している2つの正方形にあるでしょ？」

だから、1カ所では(5 cm × 2)が重なるの。

これが3カ所あるから、(5 cm × 2) × 3 = 30 cmを引かなければならないわけ。」

生徒A：「あ、そうか。

両方の正方形から5 cmずつを引かなければならないんだ。

1つの正方形で、2カ所で5 cmずつ重なるんだ...」

先生：(ドキッ！)

生徒A：「訂正...！

正方形は4枚だから、5 cm × 4 = 20 cmを引いて...

32 cm / 枚 × 4枚 - 5 cm × 4 = 108 cm

108 cmで~す！」

先生：「# \$ % & ? ...

だめだ、こりゃ！」

ジャンジャン！

笑っていないで！

その生徒。

いるんですよ、こういう生徒。

ほれ、すぐ隣の生徒はどうです？

...失礼！

あなたのことでしたか...(*^_^*)

正解は、-----

$32 \text{ cm} / \text{枚} \times 4 \text{ 枚} - \{ (8 \text{ cm} - 3 \text{ cm}) \times 2 \text{ 枚} \} \times (4 \text{ 枚} - 1 \text{ 枚}) \text{ カ所} = 98 \text{ cm}$

答 98 cm

(2)は、4枚がn枚の場合で

$32 \text{ cm} / \text{枚} \times n \text{ 枚} - \{ (8 \text{ cm} - 3 \text{ cm}) \times 2 \text{ 枚} \} \times (n \text{ 枚} - 1 \text{ 枚}) \text{ カ所}$

$= (22n + 10) \text{ cm}$

答 $22n + 10$

(3)は、(2)において、 $n = 180$ のときですから

$22 \times (180) + 10 = 3970$

答 3970 cm

理路整然と間違わない思考プロセスを制御する学習プログラムを紹介します。

「規則をどのように見つけたらいいの」と悩んでいる生徒に学習させてみて下さい。

ナンノコトヤラ

”目を 点にして” 喜びます。

(「目を点にして...」? ...マアイ...

「なんのことやら... # \$ % & ???」

とボ~ツとしている生徒も、もちろんいますよ。



そういう生徒は「ボ～っ」とさせておいてあげるのもいいでしょう...

「うそ」ですよ！

そんなことをしてはいけませんよ，教育者は！

しかし，

- ・ 95の生徒には，XPのアプリケーションは決して走りません。
- ・ IE6.0は，どれだけ「プログラマの技術」がすぐれていたとしても，決して95マシンで走らせることなどはできません。

教育シーンにアナロジーすれば

先生の指導技術とは関係のないところで指導の限界があるということです。

これを直視することは重要です。

「**だれにも**わかる」指導法などというのは「ウソ」です。

生徒の能力に応じて，わかる指導法が存在するだけです。

生徒のスペックにあった指導法を，個別に選択しなければならないということです。

30人に同時に同じ問題を与えるなど「きちがい沙汰」と思うのですが...

「個別指導」は通常，「国語辞典」の意味で実践されているように思えます。

「教育辞典」での個別指導はこれとは本質的に異なります。

指導形態の個別化，与える問題の個別化が「国語辞典」の個別指導です。

しかし，「教育辞典」では，指導形態の個別化，与える問題の個別化は，個別指導の前提条件でしかありません。

「教育辞典」では，個別指導の本質は，問題を解くときの**解法プロセスの個別化**なのです。

どういうことか，いままで紹介した教材の例でお話しましょう。

Aファイル... 解答書ですが，ロースペックの生徒に解法のプロセスを理解させるのに使います。いっしょうけんめいに覚えさせます。

覚えて，再生できればOKとします。

Gファイル... 考え方がガイドしてあります。

ふつうの生徒はここから始めます。

ガイドのないEファイルまで，行ける人だけ行かせます。

Eファイル... ヒントもなにもない，いわゆる市販問題集と同じものです。

ハイスペックな生徒用です。

すべて分かっている生徒のチェック用問題ともいえます。

Eファイルから学び取る内容はありません。あくまでテストです。

等々，思考プロセスの個別化教材を個々の生徒の能力に応じて与えます。

市販問題集は，このレベルからいえば，ハイスペックな生徒用であり，ふつうの生徒がひとりで勉強するには，かなりハードルが高いものと言えます。

また、問題を解いたからといって何か新しいことを身につけることができるというものでもありません。

単に、わかっていることをわかっている、分からないことは分からないと確認するだけの教材です。

分からない問題を、カンペキに分かるようになるまでくり返し覚える生徒などいません。解き方を理解して安心して、おしまいです。

だから、

午前1時、2時まで勉強して、実力テストが30点などという生徒は何人もいません。学校指定の「問題集」を1題も残らず「解いた」んです。

「解いた」だけなんです。

もちろん、次の日に、同じ問題を解かせると、解けません。

30点か、...うん。

先生も、変に納得顔でいます。

だから、能力別に編成されたシステム教材を使って毎日教えていると...

世の個別指導は、どうも本物とはズレているように思えてきます。

個別指導で成果を出したというのも、どうも「ウソ」ばい気がします。

あるいは、その個別指導を受けていなかったとしても

成績はそれほど違ってはいなかったりして...(*^_^*)

人のことは言えませんが...

そう、そう、テーマは、「規則性の問題に関する指導法」のことでした。

では、「規則性の問題に関する指導法」を具体化する教材を紹介しましょう。

今すぐ、そのまま、授業で使えます。

◀ 【 まちがいをさせない教材 】 ▶

インターネットを使った通信教育用教材(生徒の自学自習用教材)の紹介です

文字と式
53

1 順序数を使って規則を表す(その2)
数えない両方の図形の辺の長さをひく問題

クリック