

文字と式

ふえ方の規則を順序数で表す問題

▶平成20年8月26日(火)

先生：「5, 7, 9, 11, 13, ...

これらの数字は、ある規則で並んでいます。

77番目にはどんな数字がきますか。」

生徒A：「奇数だな、

奇数は $2n - 1$ か $2n + 1$ だから。1番目は5だから、 $2 \times (1) - 1 = 1$ 、あれ？5にならない。 $2 \times (1) + 1 = 3$ 、あれ？5にならないぞ！

...う～ん！

ドンナキソクなのだ...？」

生徒B：「5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25,

27, 29, 33, 35, 37, 39,, 99, 101, ...,

フ～！まだまだか...

133, 135, 137, ...

先は長いつ...！(@_@)

ちと、ノートが足りない...」

先生：「おイ、おイ...！」

生徒C：「... ??? \ (*^_^*) /

オテアゲ、です」

先生：「# \$ % & ??? ...

だめだ、こりゃ...！」

ジャンジャン！

規則性を見つける問題は難しいのですよ、せんせ！

さらに、生徒達の迷答は続きます...

先生：「長方形の紙の長い方の端を互いに重ねながらまっすぐに並べます。

2枚の長方形を並べると全体の長さは10cm、3枚では14cm、4枚では18cmになります。

77枚並べると全体の長さはいくらになりますか。」

生徒B：「並べられませ～ん...！」

先生：「ばっか！」

ジャンジャン！

そうです、生徒B。奇数を77個並べたあの根性のある生徒です。

先生：「リベンジ、日本語では捲土重来。または、おまけ。」

生徒C：「まきつちじゅうらい？」

先生：「...？」

ああ、「捲土重来」のこと？

国語の先生に聞いとけ！」

先生：「数列があり、それぞれで2つの部分に分けました。

1番目 1

2番目 1, 2 3, 4

3番目 1, 2, 3, 4, 5, 6 7, 8, 9

4番目 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

77番目の数列で、の次の数はいくつですか。」

生徒A：「せんせ、77が好きですね。なんか、あんの？」

先生：「... # \$ % & ... ムッ！」

そんなことどうでもいい！」

*生徒達、かなり疲れていて注意散漫です。

生徒B：「う～ん、なんとかかなりそうだが...、疲れた！(-_-;)」

そうです、生徒B。奇数を77個並べたあの根性のある生徒ですが...

満足な結果がでないうちに授業は終わりそうです。

満足な結果を出す指導法と教材の紹介です。

*神の声

ところで、上の問題の答なんだが...

(1) 一般式は $2n + 3$ で、 $n = 77$ のときは $2 \times 77 + 3 = 157$
答 157

(2) 一般式は $4n + 2$ で、 $n = 77$ のときは $4 \times 77 + 2 = 310$
答 310 cm

(3) 一般式は $n^2 + n - 1$ で (n^2 は、 n の2乗と読んでください。)
 $n = 77$ のときは $77 \times 77 - 77 + 1 = 2853$
答 2853

数えようなど「無謀」です...！

授業は続きます。

正方形の白板と黒板を，下の図のように，規則的に並べていく。このとき，10段の場合は白板を何枚使うかを求めたい。求める式を書きなさい。

2 段

3 段

4 段

規則性を見つける問題です。

どの生徒も大嫌いな題材です。

3年生の受験期になっても，うまく処理できない生徒が続出します。

さて，どう指導する？

生徒 A：2 段は， $2 \times 2 + (2 - 1)$

3 段は， $3 \times 2 + (3 - 1)$

4 段は， $4 \times 2 + (4 - 1)$

...

n 段は， $n \times 2 + (n - 1) = 3n - 1$

だから，10 段の白盤の枚数は， $3 \times 10 - 1 = 29$

答 29 枚

先生：「...とするとまちがいなのですね！」

生徒 A：「... ???」

ジャンジャン！

* この生徒，問題を読んでいません。

生徒 A：「あっ！そうか。答 $3 \times 10 - 1$ 。」

先生：「でも，2 段，3 段，4 段の求め方と 10 段の求め方はちがうわねエ。」

生徒 A：「...ム？でも，

10 段目は 29 枚になるから， $3 \times 10 - 1$ は間違いではない。

...でしょ？」

先生：「間違っではないけど，正しくない。」

生徒 A：「... ???」

ジャンジャン！

* こういうのを，「先走り」というのです。

少し賢い生徒に多い間違いです。

先生：（こころの中で...）「そっか，そういう数え方もあるんだ...」

* $3n - 1$ の発見に少し，感動。

「数学は解き方や考え方は一様ではない」

ということを生徒に教えるいい機会です。

「多様性は数学の美学である」とはこの先生の哲学でもあったのです...(*^_^*)
日頃から、「数学なんて答が1つで...」という世間の数学 = 単細胞論を苦々しく思っていたのです。

式を変形したために、偶然1人の生徒の中で異なった数え方をしていたのです。
生徒はもちろん気づいてはいませんが...

この規則性を見つける問題。

ものすごく生徒の知性を磨きます。

- ・すごく賢い生徒は、「ぼん」と答を出して、「先生、どうしてこうなるの?」と不思議な質問をしてきます。
- ・賢い生徒はこの規則を見つける「とっかかり」をほしがります。
- ・少し賢い生徒は答案を真っ黒にして規則性を見つける計算に没頭しています。
- ・すごく賢くない生徒は、問題を見た瞬間投げます。
- ・どうでもいい生徒は、ボ～として教室の外をながめています。

規則性の問題をさせると生徒の人間性が出ます。

規則を見つける「とっかかり」の話ですが...

どの参考書や問題集にも書いてありません。

個々の問題の解き方は書いてあるのですが、

その解き方をどうすると思いきのかについては書いてある本などはありません。
つまり総体としての規則性問題の解法のヒューリスティックスを解説した本などないということです。

問題が多様だからでしょうか。

だから、規則性の問題は、まったく生徒の知性だけに依存しています。

だから、「どうしたら数列や図形の配列の規則をみつけることができるか」という質問が頻出します。

まだ、数列など学習していないぶん、説明は困難です。

しかし、「素手」で戦えというのもかわいそうなもので...

そこで、まず2つの問題の型を教えます。

ほんとうに「とっかかり」にしかすぎず、

すべての問題を解くことができるわけではないですが、

けっこう役に立ちます。8割程度かな...?

(1) 「すべてを数え、だぶって数えた分をひく」型の問題

(マッチ棒を並べて三角形や四角形の個数を数える問題が典型です。)

とにかく、ダブらないことにして、全部数えます。
次に、ダブっている規則を見つけます。
たいがい、 $(n - 1)$ カ所あります。
全部の個数からダブっている個数を引けば求める個数です。

* 抽象論では、理解しがたいと思いますので、
後ほど（これは次回の予定）教材を紹介します。
ところで...
抽象的数学指導論って、けっこう巷に、はやっています。
だれでも、なんとでも言えるのですね。
とくに、計算指導なんかは...
計算はていねいに、途中の式も書きましょう、確かめ算はやりましょう...
だれでも言えます。
すごい先生になると、300題とか500題とか練習させます...(*_*)
こういうのは教育とはいわず、「調教」というのですね。
猿回しの訓練とおなじです。
あげくのはて、「百マス計算」など...。
競ってマスを埋めて...
迷路をエサを求めて走り回るマウスではあるまいし...
計算ミスを起こさない思考プログラムを与えてあげることです。
意味と原理を理解させることです。
練習とは、それらを確認する作業です。
それで十分です。
残った時間は、野山をかけまわり、
「野にさく花を美しいと思う」心を養いましょう。
これが数学ができるようになる最善の方法です。
(藤原正彦先生の受け売りですが...)

それはそれとして、いずれ詳論することになるでしょう。
話を続けます...

規則性問題の型のことですが、2つ目です...

(2) 「順序数を使って個数の数え方を表す」型の問題

(冒頭のような問題です。)

冒頭の生徒Aのように数え方は多様です。

1つの問題で5通りの数え方のある問題も後ほど紹介します。

多様ではありませんが、無限ではないし、似たものもけっこうあります。

数題やらせると生徒は「こつ」を覚えるようです。

もちろん、覚えられない生徒もいます。

感性の問題かな。

ファジーな問題になると、ついてこれない生徒はいるものです。

「だれにも分かる」などと、きれいごとではかたづかない世界もあります。

たとえ話になりますが...

95のマシンには、XP用のアプリケーションは走りません。

この意味、わかっていただけますか。

人間の脳システムにも、95とXPの違いが歴然とあるような気がします。

もちろん、「2000」な人、「マック」な人もおりますが...

先日、元気に動いている95のマシンをXPにバージョンアップしようと

電気店に頼んだんですが、スペックがきついからといって断られました。

スペックの限界、脳システムにもあるような気がします。

ある生徒の脳内では、絶対に走らないプログラムってあるような気がします。

これは決して言うてはならない教育者の言葉ですが...

しかし、心の隅で少しそう思っている先生はかなりいるのでは... (*^_^*)

低スペックな脳でも走るプログラムを作ってあげるのが先生の仕事です。

低スペックな脳にも高機能な処理を可能にする教材を紹介しましょう。

◀ 【 まちがいをさせない教材 】 ▶

インターネットを使った通信教育用教材(生徒の自学自習用教材)の紹介です

文字と式
54

1 順序数を使って規則を表す(その3)
ふえ方の規則を順序数で表す問題

クリック