

▶平成20年6月27日(金)

◀ プロローグ ▶

20円で5分間遊ぶことのできるゲームがあります。
1円では何分間遊ぶことができますか。

$20 \div 5 = 4$ 答 4分間

まさか！

とお思いになるでしょうが、けっこうこのように答える生徒はいるのですよ。

そんなことないだろう、と思っている先生！
次のような問題ではどうですか。

km進むのに y 分かかりました。1 km進むのに何分かかりましたか。

$\div y$ (分) ではないですよ。
 $y \div$ (分) とかろうじてついてきた生徒に、最後のハードル。

a km進むのに b 分かかりました。c 分では何km進むことができますか。

この問題をクリアしてはじめて、文字式の力は本物です。

これらは、1あたりの量の3用法に関する問題です。
迷答，珍答...信じられない世界が広がります。

生徒をこうした迷い道に追い込まないための指導方法，
そしてその理論を具体的に実践する教材を紹介します。

現場で、今使えます。

20 m²の庭に5 ℓの水をまきます。1 m²当たり何 ℓの水をまいたことになりますか。

$$20 \div 5 = 4 \quad \underline{\text{答}} \quad 4 \text{ ℓ}$$

面積をまいて，どうするの？

いつもの通り，生徒は式に単位をいれません。

学校で，このようにしてもよいことになっているらしいのです。

だから，自分が求めているものが何であるのか，まるでわかっていません。

ここで，何とか $5 \div 20 = 0.25$ 答 0.25 ℓ

とふんばれた生徒も...

$8 \frac{2}{3}$ 分間に $2 \frac{1}{5}$ km進む自転車は，1 km進むのに何分かかりますか。

となると，

$$8 \frac{2}{3} \div 2 \frac{1}{5} = \dots ? \quad 2 \frac{1}{5} \div 8 \frac{2}{3} = \dots ?$$

と苦悶しだします。

少し賢い生徒は，「分速を出すのだから $2 \frac{1}{5} \div 8 \frac{2}{3}$ に決まっているよ。」

と涼しい顔して言い張ります。

どこが分速なの！

まるで分かっていません。

速さの問題は分速や時速を求めるものと決めてかかっています。

人口密度を「面積÷人口」で求めようとするのもこの手の生徒です。

ここまでは，小学6年生の話ですが...

話ですが...そうでもないようで

中学1年生，いや中学3年生の教室でもありそうな話です...(*^_^*)

文字式の話でした。

文字の世界となると事態はいよいよ深刻です。

【1】

km進むのに y 分かかりました。1 km進むのに何分かかりましたか。

$$\div y = \frac{\quad}{y} \quad \text{答} \quad \frac{\quad}{y} \text{分}$$

「文字式はアルファベット順に」と素朴に信じている素直な生徒の解答です。
 $y \div$ と書くことはかなり勇気のいることです。

$y \div$ と書いた生徒も、

$y \div$ で何が出てくるのだろう、などという高級なことは考えません。
ただ、何となく $\div y$ ではなさそうだ、くらいの根拠です。

だから、次のような問題では、うろたえます。

【2】

a km進むのに b 分かかりました。c 分では何km進むことができますか。

何人の生徒が正解できるのでしょうか？

この【2】の問題は【1】の問題と連続して解かせるところに意味があります。
この【2】の問題は【1】の問題とは考え方がまったく逆になるとことが見抜けるかどうかということです。

ほんとうにわかっていないと解けません。

【1】の考え方が【2】を解くのを妨害するからです。

単位当たりの量(内容量)が2つの量で構成されているところに難しさがあります。

何が土台量で何がその土台にのっている量なのか、という視点が必要なのです。
この視点を図で与えてあげます。

これは、単なる図ではなく、

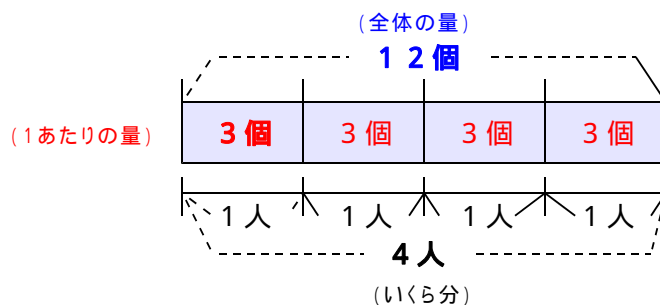
内包量の本質を視覚化する

シェーマと呼ばれています。

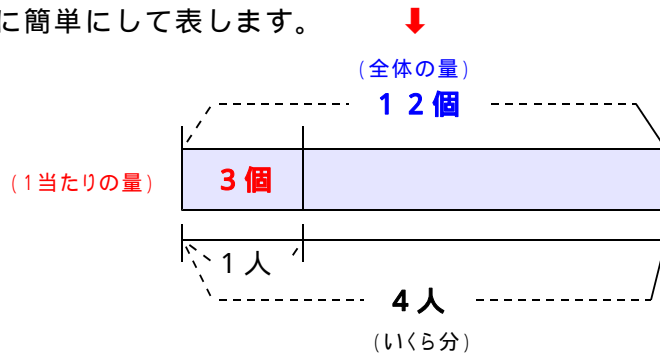
紹介しましょう。

(1) 水そう図のしくみ

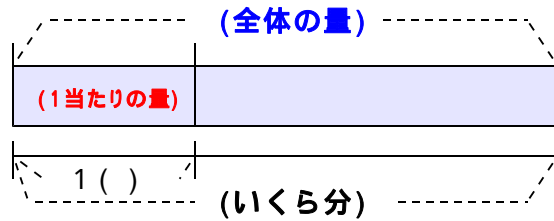
12個のキャラメルを4人で分けます。1人当たり3個ずつもらえます。
この場面での量の関係を次のように表現します。



これを次のように簡単にして表します。



一般に、水そう図のそれぞれの場所には、次の量を書き込みます。



(2) 水そう図の量の関係

水そう図に記入されている3量の関係は次のようになります。

$$(1当たりの量) = \frac{(全体の量)}{(いくら分)}$$

*覚え方

$$3個 / 人 = \frac{12個}{4人}$$

3量のうち、2つの量がわかれば、他の量を求めることができます。

《速さの問題では》1当たりの量 = 速さ，全体の量 = 距離，いくら分 = 時間

《濃度の問題では》1当たりの量 = 濃度，全体の量 = 食塩，いくら分 = 食塩水

.....

速さ，密度，濃度，利率，生産性，収穫度等々，

およそ内包量に関する文章問題では，すべてこの水そう図というシェーマを作ることができます。

これを使うことで，公式を用いなくて3用法のどの部分の量をも求めることができます。

要は，

- ・水そう図のどこに何の量を書き込むのか，
 - ・なぜ，そのような図で量の関係を正しく表現できるのか
- に関してきちんと理解させることです。

その後で，文章を読みながら水そう図の所定の場所に所定の量を書き込む練習をします。

3つの量について，それぞれの量の求め方など覚える必要はありません。

「12個のキャラメルを4人で分けて1人分が3個ずつになる」

ことさえ知っていれば，自分でそれぞれの量を求める公式をその場で導き出すこ

とができます。

たとえば、全体の量は、 $3 \text{ 個} / \text{人} \times 4 \text{ 人} = 12 \text{ 個}$ で求めることができますし、1あたりの量は $12 \text{ 個} \div 4 \text{ 人} = 3 \text{ 個} / \text{人}$ で求めることができます。
また、いくら分も $12 \text{ 個} \div 3 \text{ 個} / \text{人} = 4 \text{ 人}$ で求めることができます。
小学生でも、自分でこの式を作ることはできます。

これから、文字式、方程式、連立方程式、1次関数、2次関数等々における、速さ・濃度などの内包量に関わる諸問題の指導法と教材を紹介しますが、それに先だって、この指導で使う水そう図というシェーマについて簡単に紹介してみました。

速さとか濃度などの個々の内包量での水そう図の使い方については、教材の中の問題を解くレベルで、具体的に紹介する予定です。

まずは、「単位当たり量」を表現する文字式の指導について...。
教材の紹介です。

◀ **【 まちがいをさせない教材 】** ▶
インターネットを使った通信教育用教材(生徒の自学自習用教材)の紹介です

文字と式 30	2 文字を使った式の表し方(その7) いろいろな数量の表し方	クリック
------------	--	-------------