

平方根

式の値 代入の指導

▶平成20年6月15日(日)

【問】 $a = 2$, $b = -3$ のとき , $a + b$ の値を求めなさい。[答 案] $2 + -3 = -1$ 【問】 $a = 2$, $b = -3$ のとき , $a b$ の値を求めなさい。[答 案] $2 \times -3 = -6$

笑い事ではありません。ほんとうにいるんです。

このような答案を作る生徒が...

こうした間違いをほっておくと, 傷はさらに広がります。

平方根の式の値を求める問題を解く頃になると, 重傷になっています。

さて, 重傷の患者をどのように治療しましょうか。

文字に数値を代入してその式の値を求めることは,

中1の「文字と式」の単元に始まり,

方程式, 式の値, 連立方程式, 1次関数, ...

等々さまざまなシーンで登場するきわめて基礎的な技術です。

ところが, この基礎的な技術でいくつかの欠陥が多くの生徒にみられます。

その問題について考えてみたいと思います。

基本的な間違いは, 次のようなシーンで現れます。

$$= 2 + \sqrt{3} , y = 2 - \sqrt{3} \text{ のとき , } y + y^2 \text{ の値を求めなさい。}$$

ある生徒の答案から...

[答 案]

$$\begin{aligned} & y + y^2 \\ &= y(+ y) \\ &= 2 - \sqrt{3} (2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}) \\ &= 2 - \sqrt{3} \times 4 \\ &= 2 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

単純な代入問題ではなく, 複合的な問題になると7~8割の生徒が次ような間違いを犯します。例えば, 2次方程式の解の応用問題で

二次方程式 $x^2 + 6x - 3 = 0$ の解を求めなさい。また, この方程式の解のうち, 大きい方を p とするとき, $p(p + 3)$ の値を求めなさい。

ある生徒の答案から...

[答 案]

$$= -3 \pm 2\sqrt{3}$$

$$p(p+3) = -3 + 2\sqrt{3}(-3 + 2\sqrt{3} + 3)$$

間違いはわかりますね。

このような間違いをする生徒は、次のような間違いをすることもあります。

【問】 $a = 2$, $b = -3$ のとき , $a + b$ の値を求めなさい。

[答 案] $2 + -3 = -1$

【問】 $a = 2$, $b = -3$ のとき , $a b$ の値を求めなさい。

[答 案] $2 \times -3 = -6$

答が当たっているものだから、生徒自身では間違いをチェックできません。

だから、ずっとこれでやってきたのです。

だれも考え方の間違いを指摘してくれなかったのでしょうか。

根号をふくむ式のような2項以上の式を代入する段階で

この種の知識の欠陥が露呈します。

「途中の式を書きなさい」とはよく言われます。

「正確に計算するために」とか、

「間違ったときにその原因を調べるために」

などと理由がつけられています。

しかし、途中の式を書かせるのは、そんな軽い理由などによってではなく、習得している知識の質そのものをチェックするために必要なのです。

間違った考え方からも正解に達することがあります。

しかし、間違った考え方はやはり間違っているのです、いつかボロがでます。

それだけならいいのですが、さらに傷口を広げます。

たとえば、 $2x - 3 = -6$ のように書いている生徒は

文字式の計算で $ax - b = a - b$ のような間違いを犯します。

間違った考え方をほっておくと、さらに間違った考え方を誘発してしまうといういい例です。

それでは、代入計算はどのように指導したらよいのか...

私の教材構成における代入指導の基本的な視点を紹介します。

最初に、文字は「箱」であるとイメージさせます。

代入とは、「箱」の中に数値を入れることであるとイメージさせます。

「箱」を()で象徴させます。

文字が出てきたら、()に置きかえさせます。

学力の低い生徒には文字を()で囲ませます。

たとえば、先の例では

【問】 $a = 2$, $b = -3$ のとき、 $a + b$ の値を求めなさい。

$$a + b = (2) + (-3)$$

あるいは、学力の低い生徒には

$$a + b = (a) + (b) = (2) + (-3)$$

と書かせます。

【問】 $a = 2$, $b = -3$ のとき、 ab の値を求めなさい。

$$ab = (2) \times (-3)$$

あるいは、学力の低い生徒には

$$ab = (a) \times (b) = (2) \times (-3)$$

ここで重要なことは、**正の数も()に入れる**ということです。

2種類の考え方を並行してやらせることは混乱のもとになるからです。

あるときは()に代入し、あるときは文字をそのまま数値に置きかえるという巷間の代入指導の曖昧さが生徒を上のような間違いに誘うのだろうと考えられます。

本題に戻ります。

根号をふくむ式の代入についてですが...

文字を()に置きかえてから代入させます。

$$\begin{aligned} & y + y^2 \\ &= y(\quad + y) \\ &= (2 - \sqrt{3}) \{ (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) \} \\ &= (2 - \sqrt{3}) \times 4 \\ &= 8 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

と正解できるわけです。

しかし、このように指導したからといって、すぐどの生徒もこのような計算をするかというところ、そうではないところが教育の難しいところで...

ご承知のように、「やれ」と言ってもやらない生徒が必ずいるものです。

だから、文字を()に置きかえる操作を強制的にやらせるプログラムを用意し、それを使って学習させる必要があります。

上の問題では、教材の中に次のように**制御メッセージ**を入れます。

$$y + y^2$$

↓ 式を因数分解する

$$= y (\quad + y)$$

↓ 文字を()に変え, 数字を代入する

$$= (2 - \sqrt{3}) \{ (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) \}$$

↓ { }の中を計算する

$$= (2 - \sqrt{3}) \times 4$$

↓ 分配法則を使って()をはずす

$$= 8 - 4\sqrt{3}$$

このようにメッセージを入れ, 式変換を1ステップずつ制御することで, 正しい代入操作を習得させることができます。

(このようなプログラムで学習させる教材を《Gファイル》と呼んでいます。)

もちろん, 最終的にはメッセージなしで計算できるようにします。

(《Eファイル》というレベルの教材になります。)

実際に, どのような教材を使って指導するのか,
式の値を指導する教材を紹介します。

◀ **【 まちがいをさせない教材 】** ▶
インターネットを使った通信教育用教材(生徒の自学自習用教材)の紹介です

平方根 19	1 根号をふくむ式の乗法・除法(その9) 式の値	クリック
-----------	------------------------------------	------