多項式　共通因数として，－１をくくり出す（その２）

▶平成20年5月25日(日)

③共通因数が見えないもの（商も見えない）

ａｃ＋ｂｃ＋ａ＋ｂ
＝(ａ＋ｂ)ｃ＋(ａ＋ｂ)
＝(ａ＋ｂ)(ｃ＋１)

ここでは，１本目の式で(ａ＋ｂ)をかたまりとして「見る」ことができるかどうかが解けるかどうかの分かれ目になります。

$\underline{ac+bc}+\underline{a+b}$
⬇　⬇
$c(a+b)+(a+b)$

(ａ＋ｂ)を１つのかたまりとしておさえた瞬間に，それが共通因数だということが見抜けます。

(χ＋ｙ)χ－χ－ｙ
＝(χ＋ｙ)χ－(χ＋ｙ)
＝(χ＋ｙ)(χ－１)

これは，かなり難しい。
次のように考えます。
与式の(χ＋ｙ)χの部分を見て，(χ＋ｙ)というかたまりは共通因数としてくくり出せるかもしれない，と考えます。
すると，式のどこかに(χ＋ｙ)という因数がつくれる部分があるはずだと考えます。
－χ－ｙに注目します。なぜなら，χとｙという(χ＋ｙ)と同じ文字でできている多項式であるからです。そこで，各項から－１を割り出して，－(χ＋ｙ)という形の式を作ります。

この操作は，生徒にとっては教師が思っているほど易しくはないようで，分配法則と対比させ，その逆の操作をするのだということを示してあげなければなりません。しかも，（　）の中にはわり算をしたときの商が残ることも分かりやすい例を使って納得させておかなくては，生徒はこの操作を理解できません。

（例）　２（３χ＋４ｙ）
⬇分配法則（かっこの中にかけ入れる）
＝２・３χ＋２・４ｙ
⬇共通因数（かっこの外へ割り出す）
＝２（$\underbrace{３χ}_{商}$＋$\underbrace{４ｙ}_{商}$）

ここまでは，なんとかたどり着いた生徒でも，

　　　（χ＋y）χ－1

とコケる生徒もけっこう出ます。

このようにコケる生徒には，次のようなさらに細かなステップをふんで教える必要があります。

$$
\begin{aligned}
&(\chi+y)\chi-\chi-y\\
&=(\chi+y)\chi-(\chi+y)\\
&=\{(\chi+y)\chi-1(\chi+y)\}\\
&=(\chi+y)\{\chi-1\}\\
&=(\chi+y)(\chi-1)
\end{aligned}
$$

この２つのステップを加えます。

$-ab+ac-c+b$	＊《別解》
$=ac-ab-c+b$	$=-a(b-c)+(b-c)$
$=a(c-b)-(c-b)$	$=(b-c)(-a+1)$
$=(c-b)(a-1)$	$=(b-c)(1-a)$

公立レベルでここまでできる生徒はあまりいません。
しかし，ひとつ上の問題をやった後ですと，$-c+b=-(c-b)$がイメージできますから，これをもとに，前の２つの項から$(c-b)$という因数が作れそうだ，という予想を立てることができます。
共通因数のａを括り出すだけでこの因数が見えますから…。
しかし，現実問題としては，$-ab+ac$の項を入れかえるという操作に気づかないと$(c-b)$という因数は見えてきません。だから，ほとんどの生徒はここで足踏みをすることになります。

このように見てくると，この種のタイプの因数分解の問題を解くには，
$-c+b=-(c-b)$というような「－１を括り出す操作」に習熟していなければならないことがわかります。
だから，共通因数の学習をする前に，「－１を括り出す操作」に習熟させるための学習プログラムを入れておく必要があるのです。

「－１を括り出す操作」に習熟させるための学習教材の紹介です。